## TP 2 : La modélisation, l’optimisation et les probabilités

**Partie I :**

Plusieurs rumeurs indiquant que Facebook deviendra payant circulent sur la toile depuis des années. Certains utilisateurs croient que ces rumeurs sont bel et bien réelles et partagent l’information sur leurs murs, même si Facebook indique clairement que l’inscription est gratuite et le demeurera.



***Supposons que l’utilisation du réseau social Facebook devienne payante d’ici peu.***

Une étude de marché a été réalisée auprès de tous les étudiants de première année au BAA à HEC Montréal (Automne 2016).

Le fichier Excel « **Étude\_Marché\_Facebook** » donne, entre autres, les 881 réponses obtenues à la question ***«Quel prix maximal seriez-vous prêt(e) à payer par mois pour avoir accès à Facebook, tel qu’offert aujourd’hui ?»***.

On supposera que chaque étudiant a vraiment dévoilé le montant maximum qu'il serait prêt à payer pour obtenir un abonnement mensuel.

On vous demande de faire des recommandations quant au montant que Facebook devrait charger par mois pour maximiser son revenu.

1. Calculez le nombre d’étudiants qui seraient prêts à avoir l’abonnement mensuel pour des prix variant entre 5$, 10$, 15$, 20$, 25$, …, 85$. Donnez le revenu R pour chacune de ces valeurs.
2. Tracez sur un même graphique la Demande ainsi que le Revenu en fonction du prix. Commentez l’allure des deux courbes.
3. Quel prix devrait demander Facebook pour maximiser son revenu.
4. Proposez une équation mathématique reliant la quantité demandée au prix de l’abonnement mensuel. Justifiez votre réponse en proposant deux arguments valides.
5. À partir de la relation trouvée en 4, proposez une équation mathématique reliant le Revenu au prix de l’abonnement mensuel.
6. Calculez les quantités demandées estimées ainsi que le revenu estimé en utilisant les équations identifiées aux questions 4 et 5.
7. Représentez la demande et le revenu estimés dans un même graphique.
8. En vous basant sur les réponses à 6 et 7, quel est le prix optimal à recommander pour un abonnement mensuel.
9. Selon vous, quel prix le promoteur devrait-il demander, celui trouvé en 3 ou celui trouvé en 8? Justifiez votre réponse.
10. Trouvez le prix optimal à recommander pour un abonnement annuel.
11. D’après vous Facebook devrait-elle proposer un abonnement mensuel ou annuel? Justifiez votre réponse.
12. Intuitivement, si le projet de tarification de Facebook se concrétise, quel serait l’impact sur la valeur du titre de cette compagnie? Il n’y a aucun calcul à faire.

**Partie II :**

**Exercice 1 :**

(Inspiré du célèbre problème dit « du vendeur de journaux », qui se pose lorsqu’une denrée périssable – tel un journal dans lequel les nouvelles seront périmées le soir venu - est vendue). Considérons un commerçant qui vend chaque jour pour 3$ des exemplaires d’un journal à édition quotidienne qu’il a lui-même acheté pour 1,50$. La distribution de la demande quotidienne D pour ce journal est donnée dans le tableau suivant :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 10 | 0,1 |
| 20 | 0,2 |
| 30 | 0,3 |
| 40 | 0,3 |
| 50 | 0,1 |

1. Calculez, avec Excel, l’espérance de D, la demande. Interprétez cette valeur.
2. Soit A, la quantité achetée de journaux le matin et V, la quantité vendue de journaux, modélisez la relation entre V, A et D.
3. Supposons que le vendeur achète quotidiennement 20 exemplaires (A=20). Soit V20, la quantité vendue de journaux pour un achat de 20 unités. Calculez l’espérance de V20? Pourquoi cette valeur n’est pas la même que l’espérance calculée en a)? Quel profit fera-il en moyenne en achetant 20 unités à chaque jour?
4. En supposant que le vendeur achète la même quantité de journaux à chaque jour et qu’il doive commander par lot de 10 unités, trouver le niveau d’achat qui permettrait de maximiser son profit à long terme, i.e., le niveau d’achat qui maximiserait le profit quotidien moyen.

**Exercice 2:**

Dans le cadre de son travail sur différents chantiers, un inspecteur en construction parcourt en moyenne 538 km par semaine avec un écart type de 105 km. Répondez aux questions suivantes en supposant que la distribution du kilométrage parcouru hebdomadairement par l’inspecteur s’approche d’une loi normale :

1. Quelle proportion des semaines l’inspecteur parcourt-il plus de 550 km?
2. Calculez la probabilité qu’au cours d’une semaine donnée, l’inspecteur parcourt de 500 à 600 km.
3. À quelle valeur le kilométrage hebdomadaire de l’inspecteur est-il supérieur 90% du temps?
4. L’inspecteur fait payer ses frais de déplacement par son employeur. Chaque semaine, il reçoit un montant fixe de 150$ auquel s’ajoute une allocation de 0.45$ par km parcouru. Calculez la probabilité qu’au cours d’une semaine donnée, ses frais de déplacement s’élèvent à plus de 500$.
5. L’inspecteur travaille 48 semaines par an. En prenant en considération les frais détaillés à la partie d), l’employeur doit prévoir une enveloppe budgétaire annuelle de quel montant pour être sûr à 95% qu’elle suffise à couvrir les frais de déplacement de l’inspecteur? Supposez que les kilométrages, et donc les frais de déplacement, sont indépendants d’une semaine à une autre.